



**SOLUCIONS, CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ DE MATEMÀTIQUES
SÈRIE 2**

S2_13_3

INSTRUCCIONS:

- Cal triar i resoldre 5 dels 7 exercicis que es proposen.
- Cal indicar clarament quins són els exercicis elegits.
Només es puntuaran 5 exercicis.
- Cada exercici té una puntuació de 2 punts.

2

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

a) $\frac{x-3}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{3x-9}{6} - \frac{2x+2}{6} = \frac{3x-9-2x-2}{6} = \frac{x-11}{6}$

b) $12\sqrt{3} - 5\sqrt{2^2 \cdot 3} = 12\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

c) $\frac{2,41 \cdot 10^{14} - 3,62 \cdot 10^{13}}{5,12 \cdot 10^{24}} = 4 \cdot 10^{-11} = 0,00000000004$

d) $\log 1000 - \ln e^2 = 3 - 2 = 1$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

2. Resoleu les equacions següents:

a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$; $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6}$; $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -2$

b) $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$; $(x-1)(x-2)(x+2) = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$

Compteu 1 punt per cada apartat.

3. Amb les dades de la figura adjunta, calculeu:

a) L'altura h

$h = \sqrt{7^2 - 3,8^2} = \sqrt{49 - 14,44} = \sqrt{34,56} = 5,88$

b) L'angle \hat{B}

$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{5,88}{13,8}$; $\operatorname{tg} \hat{B} = 0,42599\dots$;

$\hat{B} = \operatorname{arctg} 0,42599\dots = 23,07^\circ$

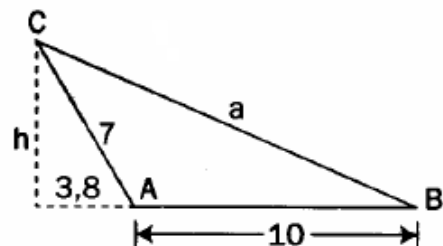
c) L'angle \hat{A}

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5,88}{3,8}$; $\operatorname{tg} \alpha = 1,547\dots$; $\alpha = \operatorname{arctg} 1,547\dots = 57,12^\circ$;

$\hat{A} = 180^\circ - 57,12^\circ = 122,88^\circ$

d) El costat a

$\frac{a}{\sin 122,88} = \frac{7}{\sin 23,07}$; $a = \frac{7 \cdot \sin 122,88}{\sin 23,07} = 15$



Compteu 0,5 punts per cada apartat.

4. Donats els punts del pla: $A=(-2,-1)$, $B=(4,2)$ i $C=(3,1)$, trobeu:

a) Les components del vector \overrightarrow{AB}

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (4,2) - (-2,-1) = \boxed{(6,8)}$$

b) L'equació de la recta r , que passa per A i B

$$\frac{x+2}{6} = \frac{y+1}{3} ; \frac{x+2}{2} = y+1 ; x+2 = 2y+2 ; \boxed{x-2y=0}$$

c) L'equació de la recta paral·lela a r i que passa per C

$$\frac{x-3}{6} = \frac{y-1}{3} ; \frac{x-3}{2} = y-1 ; x-3 = 2y-2 ; \boxed{x-2y-1=0}$$

d) L'equació de la recta perpendicular a r i que passa per C

$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y-1}{6} ; \frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{2} ; 2x-6 = -y+6 ; \boxed{2x+y-12=0}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

5. Donada la funció $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$

a) Justifiqueu que la funció $f(x)$ presenta discontinuïtats en les abscisses $x_1 = -2$ i $x_2 = 2$

$$x^2 - 4 = 0 ; x^2 = 4 ; x = \pm 2$$

Té discontinuïtats en $x_1=-2$ i $x_2=2$ ja que, per aquests valors, s'anul·la el denominador

b) Busqueu els límits de la funció en aquests dos punts.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4} &= \frac{-2+2}{4-4} = \frac{0}{0} = \text{Indet.} \\ &\searrow \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{-2-2} = \boxed{-\frac{1}{4}} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x^2-4} &= \frac{2+2}{4-4} = \frac{4}{0} = \boxed{\infty} \end{aligned}$$

c) Concreteu el tipus de discontinuïtat que hi ha en cadascun dels dos punts anteriors.

En $x_1 = -2$ hi ha un punt de discontinuïtat evitable.

En $x_2 = 2$ hi ha un punt de discontinuïtat asimptòtica.

Compteu 0,5 punts per l'apartat a) i 0,75 punts per cadascun dels apartats b) i c).

6. Tenim dos nombres tals que la seva suma és 20.

a) Escriviu cadascun dels dos nombres en funció d'una mateixa variable x

un nombre: x

l'altre nombre $= 20 - x$

b) Escriviu la funció producte d'aquests dos nombres

$$P(x) = x \cdot (20 - x) = 20x - x^2$$

c) Utilitzeu la derivació per tal de trobar aquests dos nombres, de manera que el seu producte sigui màxim.

$$P'(x) = 20 - 2x ; 20 - 2x = 0 ; 2x = 20 ; x = 10 ; 20 - 10 = 10$$

Tots dos nombres són iguals a 10

Compteu 0,5 punts per cadascun dels apartats a) i b) i 1 punt per l'apartat c).

7. Completeu la següent taula de freqüències amb les qualificacions de 40 alumnes:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot n_i$
0	0	0	5,4	0
1	1	1	4,4	4,4
2	3	6	3,4	10,2
3	1	3	2,4	2,4
4	6	24	1,4	8,4
5	9	45	0,4	3,6
6	10	60	0,6	6
7	6	42	1,6	9,6
8	2	16	2,6	5,2
9	1	9	3,6	3,6
10	1	10	4,6	4,6
	40	216		58

I calculeu:

a) La mitjana aritmètica, \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{216}{40} = \boxed{5,4}$$

b) La moda, Mo

$$Mo = \boxed{6}$$

c) La mediana, Me

$$Me = \boxed{5,5}$$

d) La desviació mitjana, d_m

$$d_m = \frac{58}{40} = \boxed{1,45}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.